ใบงานคณิตศาสตร์ ม.4 บทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

inwmath.com · เรียนฟรี มีเฉลยท้ายใบงาน

สแกนเปิดบทเรียน

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

สรุปเนื้อหาสำคัญ

- ประพจน์คือประโยคบอกเล่าหรือปฏิเสธที่บอกได้ว่าจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่ง
- คำถาม คำสั่ง คำอุทาน ความคิดเห็น และประโยคที่มีตัวแปร ไม่เป็นประพจน์
- และ (∧) จริงเมื่อจริงทั้งคู่ · หรือ (∨) เท็จเมื่อเท็จทั้งคู่
- ถ้า...แล้ว (→) เท็จกรณีเดียว คือ หน้าจริง หลังเท็จ
- ก็ต่อเมื่อ (↔) จริงเมื่อค่าความจริงเหมือนกัน · นิเสธ (~) กลับค่า
- หาค่าความจริงทีละชั้น ทำในวงเล็บก่อนเสมอ
- นิเสธใช้กับประพจน์ที่อยู่ติดกันทางขวาเท่านั้น
- ประพจน์ย่อย n ตัว มีกรณีในตารางค่าความจริง 2^n กรณี
- p → q เท็จ แปลว่า p จริง q เท็จ
- p ∧ q จริง แปลว่าจริงทั้งคู่ · p ∨ q เท็จ แปลว่าเท็จทั้งคู่
- ประพจน์ที่สมมูลกันมีค่าความจริงตรงกันทุกกรณี
- p → q ≡ ~p ∨ q ≡ ~q → ~p แต่ไม่สมมูลกับ q → p
- ~(p ∧ q) ≡ ~p ∨ ~q และ ~(p ∨ q) ≡ ~p ∧ ~q
- ~(p → q) ≡ p ∧ ~q
- สัจนิรันดร์คือประพจน์ที่จริงทุกกรณี ตรวจได้โดยสมมติให้เป็นเท็จแล้วหาข้อขัดแย้ง
- การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลเมื่อ (เหตุทั้งหมด) → ผล เป็นสัจนิรันดร์
- ประโยคเปิดมีตัวแปร ยังไม่เป็นประพจน์จนกว่าจะแทนค่าหรือเติมตัวบ่งปริมาณ
- ∀x[P(x)] จริงเมื่อทุกตัวใน U ทำให้จริง เท็จเมื่อมีตัวอย่างค้านแม้ตัวเดียว
- ∃x[P(x)] จริงเมื่อมีอย่างน้อยหนึ่งตัวทำให้จริง
- เอกภพสัมพัทธ์เปลี่ยน ค่าความจริงอาจเปลี่ยน
- ~∀x[P(x)] ≡ ∃x[~P(x)] และ ~∃x[P(x)] ≡ ∀x[~P(x)]

ตอนที่ 1 เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ข้อใดเป็นประพจน์

ก. $x + 2 = 7$

ข. จงทำการบ้านให้เสร็จ

ค. 7 เป็นจำนวนเฉพาะ

ง. เธอชื่ออะไร

2. ข้อใดไม่เป็นประพจน์

ก. 10 หารด้วย 3 ลงตัว

ข. ห้ามเดินลัดสนาม

ค. $1 + 1 = 2$

ง. ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก

3. ถ้า p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ ค่าความจริงของ $p \wedge q$ คือข้อใด

ก. เท็จ
ข. จริง
ค. บอกไม่ได้
ง. เป็นได้ทั้งจริงและเท็จ

4. ถ้า p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ ค่าความจริงของ $p \rightarrow q$ คือข้อใด

ก. เท็จ
ข. บอกไม่ได้
ค. ไม่เป็นประพจน์
ง. จริง

5. ประพจน์ $p \vee q$ เป็นเท็จในกรณีใด

ก. p จริง และ q เท็จ
ข. p เท็จ และ q จริง
ค. p เท็จ และ q เท็จ
ง. p จริง และ q จริง

6. ให้ p แทน $4 > 2$ และ q แทน "5 เป็นจำนวนคู่" ข้อใดเป็นจริง

ก. $q \rightarrow p$
ข. $p \wedge q$
ค. $p \rightarrow q$
ง. $p \leftrightarrow q$

7. นิเสธของประพจน์ $3 + 4 = 7$ คือข้อใด

ก. $3 + 4 > 7$
ข. $3 + 4 \neq 7$
ค. $3 + 4 < 7$
ง. $4 + 3 = 7$

8. ประโยค "ถ้านักเรียนสอบผ่าน แล้วครูจะพาไปเที่ยว" เป็นเท็จในกรณีใด

ก. นักเรียนสอบไม่ผ่าน และครูไม่พาไปเที่ยว
ข. นักเรียนสอบไม่ผ่าน แต่ครูพาไปเที่ยว
ค. นักเรียนสอบผ่าน และครูพาไปเที่ยว
ง. นักเรียนสอบผ่าน แต่ครูไม่พาไปเที่ยว

9. กำหนดให้ p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ ข้อใดมีค่าความจริงเป็นจริง

ก. $\sim p \vee q$
ข. $p \rightarrow q$
ค. $\sim (p \wedge q)$
ง. $p \leftrightarrow q$

10. ให้ p เป็นจริง q เป็นเท็จ และ r เป็นเท็จ ค่าความจริงของ $(p \vee q) \rightarrow r$ คือข้อใด

ก. จริง
ข. เท็จ
ค. จริงเฉพาะเมื่อ q เป็นจริง
ง. หาไม่ได้เพราะข้อมูลไม่พอ

11. ประพจน์ที่มีประพจน์ย่อย 3 ตัว คือ p, q และ r ตารางค่าความจริงมีทั้งหมดกี่กรณี

ก. 3
ข. 6
ค. 8
ง. 9

12. ถ้า $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ข้อใดถูกต้อง

ก. p เท็จ และ q เท็จ
ข. p จริง และ q จริง
ค. p เท็จ และ q จริง
ง. p จริง และ q เท็จ

13. ถ้า $p \vee q$ เป็นเท็จ แล้ว $p \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นอย่างไร

ก. เป็นจริงเสมอ
ข. เป็นเท็จเสมอ
ค. ขึ้นกับค่าความจริงของ r
ง. ขึ้นกับค่าความจริงของ q

14. ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow r$ เป็นเท็จ ข้อใดถูกต้อง

ก. p, q และ r เป็นจริงทั้งหมด

ข. p และ q เป็นจริง แต่ r เป็นเท็จ

ค. p เป็นเท็จ

ง. r เป็นจริง

15. กำหนด p แทน 2 + 2 = 4, q แทน "9 เป็นจำนวนเฉพาะ" และ r แทน $0 < 1$ ข้อใดเป็นเท็จ

ก. $p \vee q$

ข. $q \rightarrow r$

ค. $\sim q \wedge r$

ง. $r \rightarrow q$

16. ถ้า $p \leftrightarrow q$ เป็นจริง และ p เป็นเท็จ ค่าความจริงของ $q \vee \sim p$ คือข้อใด

ก. เท็จ

ข. จริง

ค. บอกไม่ได้

ง. ขึ้นกับประพจน์อื่น

17. ข้อใดสมมูลกับ $p \rightarrow q$

ก. $q \rightarrow p$

ข. $\sim p \rightarrow \sim q$

ค. $\sim q \rightarrow \sim p$

ง. $p \wedge \sim q$

18. ข้อใดสมมูลกับ $\sim (p \wedge q)$

ก. $\sim p \wedge \sim q$

ข. $\sim p \vee \sim q$

ค. $p \vee q$

ง. $\sim p \rightarrow \sim q$

19. ข้อใดสมมูลกับ $\sim (p \rightarrow q)$

ก. $\sim p \rightarrow \sim q$

ข. $\sim p \vee q$

ค. $p \rightarrow \sim q$

ง. $p \wedge \sim q$

20. ข้อใดเป็นสัจนิรันดร์

ก. $p \vee \sim p$

ข. $p \wedge \sim p$

ค. $p \rightarrow \sim p$

ง. $p \leftrightarrow \sim p$

21. ข้อใดไม่เป็นสัจนิรันดร์

ก. $(p \wedge q) \rightarrow p$

ข. $p \rightarrow (p \vee q)$

ค. $(p \vee q) \rightarrow p$

ง. $\sim (\sim p) \leftrightarrow p$

22. นิเสธของ "ถ้าฝนตก แล้วถนนเปียก" คือข้อใด

ก. ถ้าฝนไม่ตก แล้วถนนไม่เปียก

ข. ฝนตก และถนนไม่เปียก

ค. ฝนไม่ตก หรือถนนเปียก

ง. ถ้าถนนไม่เปียก แล้วฝนไม่ตก

23. เหตุ 1) $p \rightarrow q$ 2) $\sim q$ ผล $\sim p$ การอ้างเหตุผลนี้เป็นอย่างไร

ก. สมเหตุสมผล เพราะ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็นสัจนิรันดร์

ข. ไม่สมเหตุสมผล เพราะ p อาจเป็นจริง

ค. ไม่สมเหตุสมผล เพราะไม่รู้ค่าความจริงของ q

ง. สมเหตุสมผลเฉพาะเมื่อ p เป็นเท็จ

24. เหตุ 1) ถ้าฝนตก แล้วถนนเปียก 2) ถนนเปียก ผล ฝนตก การอ้างเหตุผลนี้เป็นอย่างไร

ก. สมเหตุสมผล เพราะเหตุทั้งสองข้อเป็นจริง

ข. สรุปไม่ได้ เพราะไม่ใช่ประพจน์

ค. สมเหตุสมผล เพราะถนนเปียกแสดงว่าฝนตก

ง. ไม่สมเหตุสมผล เพราะฝนไม่ตกแต่ถนนเปียกได้

25. ข้อใดเป็นประโยคเปิด

ก. $x + 1 = 4$ ข. $2 + 1 = 4$

ค. จงหาค่า x ง. สำหรับจำนวนจริง x ทุกตัว $x^2 \geq 0$

26. ให้ U = {1, 2, 3} ข้อใดเป็นจริง

ก. $\forall x[x > 1]$ ข. $\forall x[x^2 < 10]$

ค. $\exists x[x + 2 = 6]$ ง. $\exists x[x^2 = 2]$

27. ให้ U เป็นเซตของจำนวนเต็ม ค่าความจริงของ $\exists x[x^2 = 2]$ คือข้อใด

ก. จริง เพราะ $\sqrt{2}$ ยกกำลังสองได้ 2 ข. จริง เพราะ $x = 2$ ทำให้เป็นจริง

ค. ไม่เป็นประพจน์ เพราะมีตัวแปร x ง. เท็จ เพราะไม่มีจำนวนเต็มใดยกกำลังสองได้ 2

28. นิเสธของ $\forall x[P(x)]$ คือข้อใด

ก. $\forall x[\sim P(x)]$ ข. $\exists x[P(x)]$

ค. $\exists x[\sim P(x)]$ ง. $\sim \exists x[P(x)]$

29. นิเสธของ "นักเรียนทุกคนในห้องนี้ทำการบ้าน" คือข้อใด

ก. มีนักเรียนอย่างน้อยหนึ่งคนในห้องนี้ไม่ทำการบ้าน ข. นักเรียนทุกคนในห้องนี้ไม่ทำการบ้าน

ค. ไม่มีนักเรียนคนใดในห้องนี้ทำการบ้าน ง. มีนักเรียนบางคนในห้องนี้ทำการบ้าน

30. ให้ U = {-2, -1, 0, 1, 2} ข้อใดเป็นเท็จ

ก. $\exists x[x^2 = x]$ ข. $\forall x[x^2 \geq 0]$

ค. $\forall x[x + 1 > 0]$ ง. $\exists x[x < 0]$

31. ให้ U เป็นเซตของจำนวนจริง ข้อใดเป็นจริง

ก. $\forall x[x^2 > 0]$ ข. $\forall x[x + 0 = x]$

ค. $\exists x[x^2 + 1 = 0]$ ง. $\forall x[2x > x]$

32. ให้ U เป็นเซตของจำนวนเต็ม ข้อใดอธิบาย $\forall x \exists y[x + y = 0]$ ได้ถูกต้อง

ก. เป็นเท็จ เพราะไม่มี y ตัวเดียวที่ใช้ได้กับ x ทุกตัว ข. เป็นเท็จ เพราะ x อาจเป็น 0

ค. ไม่เป็นประพจน์ เพราะมีตัวแปรสองตัว ง. เป็นจริง เพราะทุก x เลือก $y = -x$ ได้

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ / เติมคำตอบ

1. ให้ p เป็นจริง q เป็นเท็จ และ r เป็นจริง จงหาค่าความจริงของ $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$

.....

.....

2. จงสร้างตารางค่าความจริงของ $\sim p \vee q$

.....

.....

.....

.....

3. ถ้า $(p \vee q) \rightarrow r$ เป็นเท็จ และ p เป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ q และ r

4. จงเขียนนิเสธของประโยค "ถ้าฉันอ่านหนังสือ แล้วฉันสอบผ่าน"

5. จงตรวจสอบว่า $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

6. กำหนด U = {1, 2, 3, 4} จงหาค่าความจริงของ $\forall x[x^2 - 5x + 6 \neq 0]$ พร้อมเหตุผล

7. จงเขียนนิเสธของ $\exists x[x^2 < 0]$ และบอกค่าความจริงของนิเสธ เมื่อ U เป็นเซตของจำนวนจริง

เฉลยใบงาน บทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

inwmath.com

เฉลยตอนที่ 1

ข้อ	ตอบ	คำอธิบาย
1	ค	"7 เป็นจำนวนเฉพาะ" บอกได้แน่นอนว่าจริง จึงเป็นประพจน์ ส่วน $x + 2 = 7$ เป็นประโยคเปิด อีกสองข้อเป็นคำสั่งและคำถาม
2	ข	"ห้ามเดินลัดสนาม" เป็นคำห้าม บอกจริงหรือเท็จไม่ได้ ส่วน "10 หารด้วย 3 ลงตัว" เป็นเท็จแต่ยังเป็นประพจน์
3	ก	"และ" จะจริงเมื่อจริงทั้งคู่เท่านั้น เมื่อ q เป็นเท็จ ผลจึงเป็นเท็จ
4	ง	"ถ้า...แล้ว" เท็จกรณีเดียวคือหน้าจริงหลังเท็จ เมื่อหน้าเป็นเท็จ ผลเป็นจริงเสมอ
5	ค	"หรือ" เป็นเท็จเมื่อเท็จทั้งคู่เท่านั้น กรณีอื่นเป็นจริงทั้งหมด
6	ก	p เป็นจริง q เป็นเท็จ ดังนั้น $q \to p$ หน้าเท็จจึงจริง ส่วน $p \wedge q$ เท็จ $p \to q$ เท็จ (หน้าจริงหลังเท็จ) และ $p \leftrightarrow q$ เท็จ (ค่าไม่เหมือนกัน)
7	ข	นิเสธของ "เท่ากับ" คือ "ไม่เท่ากับ" ส่วน มากกว่า หรือ น้อยกว่า เป็นเพียงบางกรณีของการไม่เท่ากัน
8	ง	ประโยคนี้เป็นเท็จเฉพาะเมื่อเงื่อนไขเกิดขึ้น (สอบผ่าน) แต่ไม่ทำตามที่บอก (ไม่พาไปเที่ยว) เหมือนการผิดสัญญา
9	ค	$p \wedge q$ เป็นเท็จ นิเสธจึงเป็นจริง ส่วน $\sim p \vee q$ คือ เท็จ หรือ เท็จ ได้เท็จ, $p \to q$ เป็นเท็จ และ $p \leftrightarrow q$ เป็นเท็จ
10	ข	$p \vee q$ เป็นจริง และ r เป็นเท็จ จึงได้ จริง $\to$ เท็จ ซึ่งเป็นเท็จ
11	ค	ประพจน์ย่อยแต่ละตัวเป็นได้ 2 ค่า จึงมี $2 \times 2 \times 2 = 8$ กรณี
12	ง	"ถ้า...แล้ว" เป็นเท็จได้กรณีเดียว คือ หน้าจริง หลังเท็จ
13	ก	$p \vee q$ เป็นเท็จ แปลว่า p และ q เป็นเท็จทั้งคู่ เมื่อ p เป็นเท็จ $p \to r$ จึงจริงเสมอ ไม่ว่า r จะเป็นอะไร
14	ข	หน้าต้องจริงและหลังต้องเท็จ จึงได้ $p \wedge q$ จริง (p และ q จริงทั้งคู่) และ r เป็นเท็จ
15	ง	p จริง q เท็จ ($9 = 3 \times 3$) r จริง ดังนั้น $r \to q$ คือ จริง $\to$ เท็จ ได้เท็จ ข้ออื่นเป็นจริงทั้งหมด
16	ข	$p \leftrightarrow q$ จริง แปลว่า p กับ q มีค่าเดียวกัน q จึงเป็นเท็จ แต่ $\sim p$ เป็นจริง ทำให้ $q \vee \sim p$ เป็นจริง
17	ค	แย้งสลับที่ (สลับหน้าหลังแล้วนิเสธทั้งคู่) สมมูลกับประพจน์เดิม ส่วน $q \to p$ และ $\sim p \to \sim q$ ไม่สมมูล และ $p \wedge \sim q$ คือนิเสธ
18	ข	ตามกฎของเดอมอร์แกน นิเสธเข้าไปแล้วเปลี่ยน "และ" เป็น "หรือ"
19	ง	$p \to q$ เป็นเท็จเมื่อ p จริงและ q เท็จ นิเสธจึงคือ $p \wedge \sim q$
20	ก	$p \vee \sim p$ มีตัวใดตัวหนึ่งจริงเสมอจึงจริงทุกกรณี ส่วน $p \wedge \sim p$ และ $p \leftrightarrow \sim p$ เท็จทุกกรณี และ $p \to \sim p$ เท็จเมื่อ p จริง
21	ค	ให้ p เท็จ q จริง จะได้ $p \vee q$ จริง แต่ p เท็จ ทำให้ $(p \vee q) \to p$ เป็นเท็จ จึงไม่เป็นสัจนิรันดร์
22	ข	$\sim(p \to q) \equiv p \wedge \sim q$ คือ ฝนตก และถนนไม่เปียก ส่วนข้อ ค และ ง สมมูลกับประโยคเดิม ไม่ใช่นิเสธ
23	ก	ถ้าสมมติให้ผลเป็นเท็จ (p จริง) และเหตุเป็นจริงทั้งหมด จะได้ q เท็จ แต่ $p \to q$ ต้องจริง ทำให้ q ต้องจริง ขัดแย้ง จึงสมเหตุสมผล
24	ง	รูปแบบ $[(p \to q) \wedge q] \to p$ เป็นเท็จได้เมื่อ p เท็จ q จริง เช่น มีคนรดน้ำถนน จึงไม่สมเหตุสมผล
25	ก	$x + 1 = 4$ มีตัวแปรและยังบอกไม่ได้ว่าจริงหรือเท็จ ส่วนข้อสุดท้ายมีตัวบ่งปริมาณแล้วจึงเป็นประพจน์
26	ข	1, 4, 9 น้อยกว่า 10 ทุกตัว ส่วน $x > 1$ เท็จเมื่อ $x = 1$, $x + 2 = 6$ ต้องได้ $x = 4$ ซึ่งไม่อยู่ใน U และไม่มีสมาชิกใดยกกำลังสองได้ 2
27	ง	$\sqrt{2}$ ไม่ใช่จำนวนเต็ม จึงไม่อยู่ใน U และ $1^2 = 1$, $2^2 = 4$ ไม่มีจำนวนเต็มใดยกกำลังสองได้ 2

28	ค	เปลี่ยน "ทุกตัว" เป็น "บางตัว" แล้วนิเสธประโยคเปิดข้างใน
29	ก	แค่มีนักเรียนคนเดียวไม่ทำ ประโยคเดิมก็เป็นเท็จแล้ว นิเสธจึงเป็น "มีอย่างน้อยหนึ่งคนไม่ทำ"
30	ค	เมื่อ $x = -2$ จะได้ $x + 1 = -1$ ซึ่งไม่มากกว่า 0 จึงเป็นเท็จ ส่วน $x = 0$ หรือ 1 ทำให้ $x^2 = x$ จริง
31	ข	บวกศูนย์ได้ตัวเดิมเสมอ ส่วน $x^2 > 0$ เท็จเมื่อ $x = 0$, $x^2 + 1 \geq 1$ เสมอจึงไม่เท่ากับ 0 และ $2x > x$ เท็จเมื่อ $x \leq 0$
32	ง	$\forall x \exists y$ หมายถึง x แต่ละตัวเลือก y ของตัวเองได้ เลือก $y = -x$ ก็ได้ $x + y = 0$ เสมอ (ข้อแรกอธิบาย $\exists y \forall x$ ซึ่งเป็นอีกประพจน์หนึ่ง)

เฉลยตอนที่ 2

ข้อ	คำตอบ
1	~q จริง ดังนั้น $p \wedge \sim q$ จริง และ จริง → จริง ได้ จริง
2	(p, q) = (T, T) ได้ T · (T, F) ได้ F · (F, T) ได้ T · (F, F) ได้ T ซึ่งตรงกับ $p \rightarrow q$
3	หน้าจริงหลังเท็จ ได้ r เท็จ และ $p \vee q$ จริง เมื่อ p เท็จ จึงได้ q จริง
4	ฉันอ่านหนังสือ และฉันสอบไม่ผ่าน
5	สมมติเป็นเท็จ ได้ $p \rightarrow r$ เท็จ คือ p จริง r เท็จ และ $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$ จริงทั้งคู่ จาก p จริง ได้ q จริง แล้ว $q \rightarrow r$ ทำให้ r จริง ขัดแย้งกับ r เท็จ จึงเป็นสัจนิรันดร์
6	เท็จ เพราะ $x = 2$ (หรือ $x = 3$) ทำให้ $x^2 - 5x + 6 = 0$
7	นิเสธคือ $\forall x[x^2 \geq 0]$ เป็นจริง เพราะกำลังสองของจำนวนจริงไม่ติดลบ